



9. Movimiento Circular Uniformemente Acelerado

Este movimiento se presenta cuando un móvil con trayectoria circular aumenta o disminuye en cada unidad de tiempo su velocidad angular en forma constante, por lo que su aceleración angular permanece constante.

Velocidad angular instantánea

La velocidad angular instantánea representa el desplazamiento angular efectuado por un móvil en un tiempo muy pequeño que tiende a cero.

Aceleración angular

La aceleración angular se define como la variación de la velocidad angular con respecto al tiempo.

Su ecuación esta definida de la siguiente manera:

$$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_i}{t}$$

donde:

α (alfa) = aceleración angular

ω_f = velocidad angular final

ω_i = velocidad angular inicial

t = tiempo

Unidades

rad/s²

rad/s

rad/s

s

Ejemplo: Resuelve el siguiente problema.

1) Un volante aumenta su velocidad de rotación de 6 a 12 rev/s en un tiempo de 8 s. ¿Cuál es su aceleración angular?

Datos

Fórmula

Sustitución

Resultado

$\omega_f = 12 \text{ rev/s}$

$\omega_i = 6 \text{ rev/s}$

$t = 8 \text{ s}$

$$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_i}{t}$$

$$\alpha = \frac{12 \text{ rev/s} - 6 \text{ rev/s}}{8 \text{ s}}$$

$$\alpha = 0.75 \text{ rev/s}$$

Se realizan las conversiones y tenemos:

$$\alpha = 4.71 \text{ rad/s}$$

Aceleración angular media

Cuando durante el movimiento circular de un móvil su velocidad no permanece constante, sino que varía decimos que sufre una aceleración angular. Cuando la velocidad angular varía es conveniente determinar cuál su aceleración angular media, misma que se expresa de la siguiente manera:

$$\alpha_m = \frac{\omega_f - \omega_i}{t_f - t_i}$$

Aceleración angular instantánea

Cuando en el móvil acelerado de un cuerpo que sigue una trayectoria circular, los intervalos de tiempo considerados son cada vez más pequeños, la aceleración angular media se aproxima a una aceleración angular instantánea.

Cuando el intervalo de tiempo es muy pequeño que tiende a cero, la aceleración del cuerpo es instantánea.

Analogías entre el movimiento lineal y circular	
Lineal	Circular
d (m)	θ (rad)
V (m/s)	ω (rad/s)
a (m/s ²)	α (rad/s ²)

Ecuaciones que relacionan al movimiento lineal y circular

$$d = \theta r$$

$$V = \omega r$$

$$a = \alpha r$$

donde:

d	distancia de arco
θ	desplazamiento angular
r	radio
V	velocidad lineal
ω	velocidad angular
a	aceleración lineal
α	aceleración angular

Unidades

cm, m
rad
cm, m
cm/s, m/s
rad/s
cm/s ² , m/s ²
rad/s ²

Ejemplos: Dados los siguientes problemas encuentra lo que se te pide.

1) Calcular la velocidad lineal de un disco de 30 cm de radio que tiene una velocidad angular de 135 rad/s.

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$V = ?$ $\omega = 135 \text{ rad/s}$ $r = 30 \text{ cm}$ $30 \text{ cm} \left \frac{1m}{100cm} \right = 0.3m$	$v = \omega r$	$v = 135 \text{ rad/s} \times 0.3m$	$v = 40.5 \text{ m/s}$

2) Se tiene una polea de 50 cm de diámetro. Si un punto sobre la banda tiene una rapidez de 10 m/s, ¿con qué rapidez gira la polea?

Datos	Fórmula	Despeje	Sustitución	Resultado
$d = 50 \text{ cm} = 0.5 \text{ m}$ $V = 10 \text{ m/s}$ $\omega = ?$ $r = \frac{d}{2} = \frac{0.5m}{2} = 0.25m$	$v = \omega r$	$\omega = \frac{v}{r}$	$\omega = \frac{10 \text{ m/s}}{0.25m}$	$\omega = 40 \text{ rad/s}$

Tabla comparativa

Aceleración Lineal Constante	Aceleración Angular Constante
$V_f = V_i + at$	$\omega_f = \omega_i + \alpha t$
$d = \left(\frac{V_f + V_i}{2} \right) t$	$\theta = \left(\frac{\omega_f + \omega_i}{2} \right) t$
$V_f^2 = V_i^2 + 2ad$	$\omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\alpha\theta$
$d = V_i t + \frac{1}{2} at^2$	$\theta = \omega_i t + \frac{1}{2} \alpha t^2$

Ejemplos: Resuelve los siguientes problemas.

1) Una rueda gira con una velocidad angular inicial de 12 rad/s experimentando una aceleración de 5 rad/s² en 6 s. Calcular:

- el desplazamiento angular total
- la velocidad angular final

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$\omega_i = 12 \text{ rad/s}$			
$\alpha = 5 \text{ rad/s}^2$	$\omega_f = \omega_i + \alpha t$	$\omega_f = (12 \text{ rad/s}) + (5 \text{ rad/s}^2)(6 \text{ s})$	$\omega_f = 42 \text{ rad/s}$
$t = 6 \text{ s}$			
$\theta = ?$	$\theta = \omega_i t + \frac{1}{2} \alpha t^2$	$\theta = \left(12 \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)(6 \text{ s}) + \frac{1}{2} \left(5 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}\right)(6 \text{ s})^2$	$\theta = 162 \text{ rad}$
$\omega_f = ?$			

2) Calcular la velocidad angular final y el desplazamiento angular de una rueda que tiene una velocidad angular inicial de 8 rad/s y experimenta una aceleración de 3 rad/s² en 12 s.

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$\omega_i = 8 \text{ rad/s}$	$\omega_f = \omega_i + \alpha t$	$\omega_f = (8 \text{ rad/s}) + (3 \text{ rad/s}^2)(12 \text{ s})$	$\omega_f = 44 \text{ rad/s}$
$\alpha = 3 \text{ rad/s}^2$	$\theta = \omega_i t + \frac{1}{2} \alpha t^2$	$\theta = (8 \text{ rad/s})(12 \text{ s}) + \frac{1}{2} (3 \text{ rad/s}^2)(12 \text{ s})^2$	$\theta = 312 \text{ rad}$
$t = 12 \text{ s}$			
$\theta = ?$			
$\omega_f = ?$			

3) Una rueda de esmeril que gira inicialmente con una velocidad angular de 6 rad/s recibe una aceleración constante de 2 rad/s² durante un tiempo de 3 s. Calcular su velocidad angular final.

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$\omega_i = 6 \text{ rad/s}$	$\omega_f = \omega_i + \alpha t$	$\omega_f = (6 \text{ rad/s}) + (2 \text{ rad/s}^2)(3 \text{ s})$	$\omega_f = 12 \text{ rad/s}$
$\alpha = 2 \text{ rad/s}^2$			
$t = 3 \text{ s}$			
$\omega_f = ?$			

Ejercicio 9-1	
Instrucciones:	De los conceptos que se encuentran entre paréntesis, subraya la opción correcta que complete los siguientes enunciados.
1)	El (MRU / MCUA) se presenta cuando un móvil con trayectoria circular aumenta o disminuye en cada unidad de tiempo con su velocidad angular en forma constante, por lo que su aceleración angular permanece constante.
2)	La (aceleración angular/ velocidad angular) representa el desplazamiento angular efectuado por un móvil en un tiempo muy pequeño que tiende a cero.
3)	La (velocidad angular / aceleración angular) se define como la variación de la velocidad angular con respecto al tiempo.
4)	La aceleración angular se mide en (m/s² / rad/s²)
5)	Letra con la que se representa el desplazamiento angular (d/ θ)

Ejercicio 9-2	
Instrucciones:	Resuelve los siguientes problemas.
1) Un volante aumenta su velocidad de rotación de 8 a 14 rev/s en un tiempo de 9 s. ¿Cuál es su aceleración angular?	
Datos	Fórmula Sustitución Resultado
2) Calcular la velocidad lineal de un disco de 20 cm de radio que tiene una velocidad angular de 100 rad/s.	
Datos	Fórmula Sustitución Resultado

3) Se tiene una polea de 60 cm de diámetro. Si un punto sobre la banda tiene una rapidez de 15 m/s, ¿con qué rapidez gira la polea?			
Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
4) Una rueda gira con una velocidad angular inicial de 14 rad/s experimentando una aceleración de 6 rad/s ² en 7 s. Calcular: a) el desplazamiento angular total b) la velocidad angular final			
Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
5) Una rueda de esmeril que gira inicialmente con una velocidad angular de 8 rad/s recibe una aceleración constante de 2 rad/s ² durante un tiempo de 4 s. Calcular su velocidad angular final.			
Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado